



駆け込み乗車の数学的考察



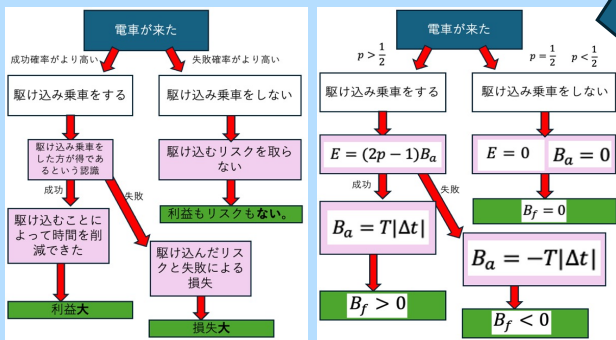
研究背景・目的

電車の駆け込み乗車は車両のドアやホームドアが閉まる直前に電車内へ駆け込む行為であり、人的被害のみならず電車の遅延など多くの社会的損失がある。鉄道各社は、防止ポスターなどを用いて抑制を試みているものの、国土交通省鉄道局（2010）が行った調査で「ここ一ヶ月で駆け込み乗車をしたことがあるか」という問いに対して43%の人が「ある」と答えているように、**駆け込み乗車が日常生活に浸透している現状**がある。本研究では、そんな駆け込み乗車による損失を駆け込み乗車を**数学的モデル**に落とし込み、分析することを通して、別の視点から分析・社会提起を行うことを目指す。

研究方法

駆け込み乗車を数学的モデルで表現し、**駆け込む人が状況に応じてどの程度の利益を得られるか**を分析するため、ゲーム理論における**合理的選択**の考え方を参考にした。合理的選択とは、個人が最終的に得る利得を最大化するように行動選択することであり、ここでは特に、**外的影響を受けたときにどのように得られる利益が変化するか**を分析した。ただし、心理的要素などの数値化が困難なものについては考慮しないこととした。これにより、駆け込み乗車における行動選択とその根拠、最終的な利益をそれぞれ数値化し、事象を焦点化した状態で数式で表現した。モデル作成後、以下に説明する複数の値の関係性について、実際の値を代入し考察した。

結果



モデルにおけるルール

- 常に自分の最終利益が最大化するように行動する。ただし、ひとつ前の行動に戻って選択し直すことはできない。
- 完全なる運によるリスクは取らない。
- 駆け込む選択をした時点で、利益の期待値を基準とし、結果的な実質利益と期待値の差を最終利益として扱う。

実質利益 B_a … 駆け込み乗車により生じた利益。 T と Δt の積で表す。

① 駆け込む選択をして成功する場合

$$B_a = T|\Delta t|$$

② 駆け込む選択をして失敗する場合

$$B_a = -T|\Delta t| \quad * \Delta t \text{の値が負になるため、全体が負になることを表している。}$$

③ 駆け込まない選択をする場合

$$B_a = 0 \quad * T \text{の値が0であるため、} \Delta t \text{の値に関わらず常に0である。}$$

成功確率 p … 駆け込み乗車の成功する確率。 $p = \frac{\Delta t}{t_1}$

期待値 E … 成功した場合と失敗した場合の実質利益の期待値。

$$E = (2p - 1)B_a$$

最終利益 B_f … B_a と E の差。 $B_f = B_a - E$

図1 モデルのフローチャート（左：言葉、右：数式）

*記号の定義

駆け込みによって削減できる時間を T

電車のドアが閉まるまでの時間を t_1

駆け込みにかかる時間を t_2 ($\Delta t = t_1 - t_2$) とする。

数値化

考察・結論

最終利益が0より大きい状況について考える。ここで、 $B_f = B_a - E$ より、

$$B_a - E = T(t_1 - t_2) - \left(2 \cdot \frac{t_1 - t_2}{t_1}\right) T(t_1 - t_2) = 2T(t_1 - t_2) \left(1 - \frac{t_1 - t_2}{t_1}\right) > 0$$

定義から $T > 0, t_1 > 0, t_2 > 0$ なので、 $t_1 - t_2 > 0$ であれば必ず利益が得られる。上の式において、 t_1 を定数とし、左辺がより大きい値を取るためには、 T がより大きい値である必要がある ($t_1 - t_2$ が大きい値をとるような t_2 を設定することも考えられるが、その場合、 $1 - \frac{t_1 - t_2}{t_1}$ の値が小さくなってしまふ)。つまり、最終利益を最大化するためには、駆け込み乗車によって削減できる時間がより多い必要があることがわかる。この理論で考えた際、2、3分おきに電車が来るような都会ほど、駆け込み乗車をするのは、非合理的選択であるということが言えるのではないか。よって、 T を変数とした際には、 T の値が大きければ大きいほど B_f も大きい。

変数 t_1 についても考察してみる。赤の直線で示されるのが実質利益 B_a 、緑の直線で示されるのが成功確率 p 、青の曲線で示されるのが期待値 E 、黄の曲線で示されるのが最終利益 B_f である。このグラフから以下の3点がわかる。

- 最終利益が最大になるのは、期待値が0のとき、つまりリスクの値が最大のときである。
- 最終利益が最少になるのは、期待値が実質利益と限りなく近づいたときである。
- 期待値と最終利益が同じになるのは、実質利益が期待値の2倍のときである。

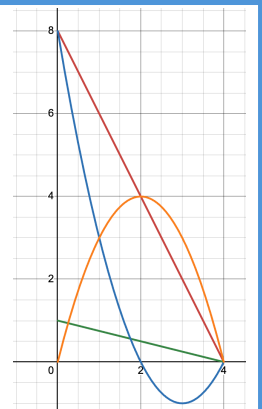


図2 利益・期待値・成功確率の関係

今後の展望

今後の展望としては、①実際の駆け込み乗車のデータを収集してその値を代入し、モデルの正確性を検証すること、②現モデルにおける矛盾点を改善することである。

謝辞：研究において、様々なアドバイスをくださった、明治大学の矢崎成俊教授に心から感謝申し上げます。ありがとうございました。

参考文献：国土交通省鉄道局。（2010年3月）．鉄道利用者等の理解促進による安全性向上に関する調査． <https://www.mlit.go.jp/common/000120234.pdf>.（2025年5月7日閲覧。）